INTRODUCCIÓN A LA ANDRAGOGÍA

DCE. Flavio de Jesús Castillo Silva

México

RESUMEN

Hacia la década de los sesenta en el siglo pasado y con aportaciones paralelas el Dr. Malcolm Shepherd Knowles, de origen estadounidense y el Dr. Félix Gregorio Adam Estévez, de origen venezolano, actualmente ambos ya fallecidos, comenzaron a sustentar a la Andragogía como la ciencia que "tiene como objeto de estudio al adulto en situación de aprendizaje" (Castillo, 2022, p. 1), demostraron en varias ocasiones que los niños y los adultos aprenden de diferente manera, ya que los niños son más ejecutores de instrucciones y el adulto es más experiencial, de esa manera procedieron a definir un conjunto de diferencias entre el uso de la Pedagogía y la Andragogía. El presente artículo tiene como finalidad describir de manera introductoria a la Andragogía como ciencia, su metodología y las técnicas didácticas que son de utilidad para su funcionamiento en la praxis andragógica, asimismo, se apreciarán diferencias con la aplicación del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Pedagogía (PEA). Es conveniente mencionar que en caso de que, a lo largo del artículo hubiese alguna comparación, ésta será netamente con la finalidad de poder ilustrar desde un antecedente hacia algo que sea poco conocido o desconocido en el lector. Queda claro que la Pedagogía es para niños y la Andragogía para adultos y así como no existe la "Andragogía del niño", tampoco debiese ser la "Pedagogía del adulto".

PALABRAS CLAVE: Educación, Pedagogía, Andragogía.

ABSTRACT

Towards the sixties in the last century and with parallel contributions Dr. Malcolm Shepherd Knowles, of American origin and Dr. Felix Gregorio Adam Estevez, of Venezuelan origin, currently both already deceased, began to sustain Andragogy as the science that "has as its object of study the adult in a learning situation" (Castillo, 2022, p. 1), demonstrated on several occasions that children and adults learn differently, since children are more executors of instructions and the adult is more experiential, thus proceeding to define a set of differences between the use of Pedagogy and Andragogy. The purpose of this article is to describe in an introductory way Andragogy as a science, its methodology and the didactic techniques that are useful for its operation in andragogic praxis, likewise, differences will be appreciated with the application of the Teaching-Learning Process of Pedagogy (TLP). It is convenient to mention that in the event that, throughout the article, there is any comparison, it will be purely in order to be able to illustrate from an antecedent to something that is little known or unknown in the reader. It is clear that Pedagogy is for children and Andragogy for adults and just as there is no "Andragogy of the child", neither should it be the "Pedagogy of the adult".

KEYWORDS: Education, Pedagogy, Andragogy.

INTRODUCCIÓN

El presente artículo tiene como finalidad describir de manera introductoria a la Andragogía como ciencia, su metodología y las técnicas didácticas que son de utilidad para su funcionamiento en la praxis andragógica, asimismo, se apreciarán diferencias con la aplicación del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje (PEA) de la Pedagogía. La Andragogía a pesar que tiene aproximadamente 60 a 65 años de existir, pocas personas saben de su existencia, de hecho, el mayor porcentaje de docentes ("el que enseña") universitarios desconocen de ella, en un porcentaje menor existen docentes que han sabido algo al respecto y la descalifican, quedando un puñado de académicos que se atreven a su implementación en el aula y esto es de alguna manera normal- debido a que la Pedagogía considerando la publicación de la Didáctica Magna de

Juan Amós Comenio en 1657, se cuenta con una presencia de la Pedagogía en las aulas de todos los niveles de 366 años, por lo que podría considerarse que eso ha provocado el aferramiento hacia dicha ciencia, misma que utilizaron sus docentes en la formación de los que están frente a grupo y por eso no tienen otra referencia educativa. Algunos también se aferran porque su zona de confort puede ser tan amplia que nuble su vista y, por consiguiente, no quieren darse la oportunidad de comenzar de cero para un cambio paradigmático como bien dijo en su video de "Paradigmas" el futurólogo Joel Barker.

En la historia de la Andragogía, misma que la UNESCO la considera como un neologismo, en el año 1833 el profesor alemán Alexander Kapp utilizó por primera vez este término al intentar describir la práctica educativa que Platón ejerció al instruir a sus estudiantes que eran jóvenes y adultos. Posteriormente, en 1920 Eugen Rosenback retomó el concepto para referirse al conjunto de elementos curriculares propios de la educación de adultos, entre estos: filosofía, profesores y metodologías a emplear. Fue Eduard Liderman quién generó conceptos de la educación para adultos y en la formación del pensamiento de la educación informal. Posteriormente, el Dr. Malcolm S. Knowles de origen estadounidense y por su parte, el Dr. Félix Adam hicieron diferentes publicaciones con respecto a la Andragogía logrando hacerle un espacio en la educación para los adultos.

DESARROLLO

Entendiendo que el niño y el adulto aprenden de diferente manera, "la Andragogía es una de las Ciencias de la Educación que tiene por finalidad facilitar los procesos de aprendizaje en el adulto a lo largo de toda su vida" (Castro, 1990), la definición más completa hasta la fecha ha sido la enunciada por el Dr. Adolfo Alcalá citado por Castillo (2022):

> La ciencia y el arte que, siendo parte de la Antropogogía y estando inmersa en la educación permanente, se desarrolla a través de un hecho sustentado en: la institución educativa, el ambiente, el contrato de aprendizaje, la didáctica, la evaluación y el trabajo en equipos, cuyo proceso, al ser orientado con el fin de lograr horizontalidad, participación y sinergia positiva por el Facilitador del aprendizaje, permite incrementar el pensamiento, la autogestión, la calidad de vida y la creatividad del participante adulto, en cualquiera de sus etapas vitales, con el propósito de proporcionarle una oportunidad para que logre su autorrealización (p. 2).

El modelo andragógico del Dr. Castro (1990) ha sido por mucho, el más práctico con cuatro elementos presentes en la implementación de la Andragogía durante un proceso formativo entre adultos.

a) El participante adulto: Bajo este enfoque, además de ser en quien se centra el trabajo del aula, es también un proveedor de conocimientos y experiencias a considerarse dentro de la clase. Y él a la vez que da hacia el grupo, también recibe del resto, provocando un enriquecimiento de perspectivas hacia un tema.

b) El andragogo. Es esa una persona reconocida como competente porque posee cuatro condiciones:

   i. Saber disciplinar. Especialista en los tópicos a tratar en el curso.
   ii. Saber Educativo. Conocedor de las teorías de aprendizaje y de su implementación.
   iii. Saber Didáctico. Estratega de aprendizajes bajo la teoría seleccionada que promueva eficazmente el aprendizaje de sus participantes adultos a través de su corresponsabilidad en el curso.
   iv. Ser. Profesional de la educación con el grado de madurez propio de una persona que independientemente de la edad que posea es pertinente al rol y carga axiológica inherente dentro y fuera de su quehacer docente.

Cabe hacer mención, que el andragogo desempeña varios roles dentro del curso: consultor, proveedor de herramientas y recursos educativos, investigador, agente de cambio, agente de relación, tutor y otros más, y que, a diferencia de la licenciatura, en donde dichos roles son más institucionales que por convicción.

- El grupo: Cada integrante del grupo es un agente de aprendizaje, sin embargo, la personalidad que adopte el grupo en su conjunto es digno de considerarse porque pueden reaccionar de manera incluso contraria a lo que las individualidades denoten.
- El ambiente: Se distinguen tres tipos de ambientes, el inmediato que se conoce como "actividad educativa", el mediato que se refiere a los apoyos de la institución hacia la actividad educativa (infraestructura, recursos humanos, tecnológicos y de servicio) y el tercer ambiente es el social como el entorno.

Aunado a lo anterior, Adam (1977) mencionó que la práctica andragógica se basa en dos principios: la horizontalidad y la participación. Considerando la horizontalidad en dos aspectos:

a) Cualitativos. Tanto el andragogo como el participante poseen conocimientos y experiencias que son considerados durante la actividad educativa.
b) Cuantitativos. Que tiene que ver con los cambios propios de la edad: disminución visual, auditiva, retención memorística entre otras.

La participación se entiende como la "acción de tomar decisiones en conjunto o tomar parte con otros en la ejecución de una tarea determinada" (Adam, 1987) y asumir las consecuencias de dichas decisiones.

La praxis andragógica a diferencia de la pedagógica y por sus principios de horizontalidad y participación aseguran la democratización del proceso formativo provocando a su vez, el involucramiento del participante a través del aprendizaje autodirigido que surgirá de la identificación de necesidades e intereses de contenidos a trabajar, todo esto plasmado en un documento denominado "Contrato de Aprendizaje". De hecho, lo que en la Pedagogía es la fase de encuadre, en la Andragogía se denomina

Coplaneación y el contrato de aprendizaje es el resultado y evidencia de dicha fase y permite que los equipos de trabajo definan los contenidos donde tendrán mayor énfasis, las evidencias de aprendizaje que realizarán, los porcentajes que tendrán cada una de dichas evidencias para sumar el 100% y las fechas dentro del periodo del proceso formativo donde se comprometen a entregar dichas evidencias.

Otra situación que ha sucedido en el fundamento de la Andragogía tiene que ver con la Didáctica, cuya etimología deriva del griego: *Didaskein* (enseñar) y *Tekne* (arte), por lo que algunos lo han considerado como "el arte de enseñar" o la ciencia que tiene como objeto de estudio la dirección del proceso Enseñanza-Aprendizaje (de la Pedagogía). (Castro-Kikuchi, 2005). Esta ciencia, se ha planteado con un enfoque para las Ciencias Agógicas y se ha redefinido como "ciencia y arte que tiene como objeto de estudio la aplicación del proceso educativo"[1] (Castillo, 2021, p. 56), rompiendo la relación exclusiva Pedagogía – Didáctica. Para la Andragogía en particular, la didáctica redefinida permitirá contar con metodologías y técnicas propias y de uso andragógico.

Las metodologías son:

a) Andragógicas.
    i. Heutagogía (*heutagogy*). Propuesta por Hase y Kenyon De acuerdo con la política educativa de cada país, ésta podrá o no aplicarse ya que su distintivo principal es que los participantes en la fase de coplaneación podrán aplicar el concepto de aprendizaje autodeterminado, que implica que puedan seleccionar los contenidos que mejor le sean de interés y necesidad de aprender, en el caso de México, existe un Reconocimiento de Validez Oficial de Estudios (RVOE) tramitado por las instituciones de educación superior y posgrado, situación que impediría de manera formal hacer uso de esta metodología tal cual.
    ii. Ergológica (*Ergology*). En la Pedagogía se conoce como capacitación. Según Ergología (s.f.), la etimología de la palabra ergología proviene de los vocablos griegos, *ergon*, acción, obra, trabajo empresa, y *logos*, palabra, discurso, razón, tratado. Tiene dos acepciones, según se la considere en sentido amplio o estricto. En el primero equivale al estudio general del trabajo, formado por el conjunto de ciencias, derivadas de otras ciencias principales de la cultura o de la naturaleza, que tienen por objeto el trabajo y lo estudian en sus distintos aspectos, cada una desde su propio punto de vista. De esta manera la ergología tiene sus propias características ya que son procesos formativos muy verticales y que en ocasiones son casi contra reloj. La intención es el perfeccionamiento laboral / profesional de los trabajadores de alguna organización.

[1] Se considera como proceso educativo a la aplicación de métodos, técnicas propias y adaptadas en concordancia con la etapa de los estudiantes y de la ciencia con la que se esté promoviendo el aprendizaje de éstos. En el caso de la Pedagogía (niños) será el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA), para la Hebegogía (adolescentes) será el proceso de problematización-aprendizaje (PPA) y para la Andragogía (adultos) el proceso de orientación-aprendizaje (POA).

b) De uso andragógico.

   i. Paragogía (*Peeragogy*). Acuñado por Rheingold y reformulado a partir de la propuesta sobre la paragogía de Corneli y Danoff, se le conoce también como aprendizaje entre pares, es un proceso de formación horizontal, en donde se puede cumplir la máxima andragógica de que todos aprenden de todos de manera alternada, aprovechando las fortalezas de los involucrados para orientar a los que estén con dificultades en los temas acordados entre ellos.

   ii. Cibergogía (*Cibergogy*). Uno de sus exponentes es el Dr. Tulio Valentiner. Esta metodología fomenta que el participante utilice como medio de aprendizaje un entorno en línea y que, basado en un plan de trabajo que pueda complementarse desde la Heutagogía o la Paragogía pueda de manera sistematizada acceder a diferentes bases de datos, plataformas multimedia, libros digitales y electrónicos[2], *journals*, artículos de revistas indexadas, ponencias, entre otras para hacer una recolecta de información y por consecuencia, su aprendizaje. Esta metodología puede realizarse de manera individual o en equipo de trabajo.

Con respecto a las técnicas didácticas, éstas son:

a) Andragógicas.

   i. TPT (del todo-a las partes-al todo). Esta técnica fue propuesta por el padre de la Andragogía, el Dr. Malcolm S. Knowles. Es de mucha utilidad para procesos formativos de tiempos cortos (pocas horas en una sesión), permite comenzar con el primer todo, mismo que fue elaborado previamente por el facilitador y que a su vez, servirá de ejemplo a los participantes, la segunda parte "a las partes", consiste en mencionar: materiales y procedimientos a utilizarse y la manera en que se podrá hacer. "Al todo" representa el trabajo final del participante basado en el ejemplo del primer "del todo".

   ii. Plena 5-2. Un colectivo de colegas de la República Dominicana, propusieron esta técnica para poder manejar contenidos con grupos numerosos. Se nombra un coordinador que será quien dirija la sesión, se contará con expositores quiénes intervendrán para aportar elementos acerca del tema preestablecido, otra u otras personas serán los rebatientes (sic) quiénes aportarán elementos para refutar los argumentos de los expositores. El resto del grupo se denominarán "el público", quiénes también podrán elementos para refutar o reforzar los argumentos tratados. Al final, el coordinador dirigirá el proceso de evaluación y generación de conclusiones.

b) De uso andragógico. Los participantes adultos reaccionan favorablemente a las técnicas de aprendizaje colaborativas listas a continuación, el efecto de simulación atrae de manera natural a un involucramiento que hace que se desempeñen como si fuese en la realidad. Existen muchas más como el Aprendizaje

[2] Los libros digitales son aquellos que fueron impresos y que alguien lo digitalizó (*escaneó*) y los libros electrónicos son los que fueron publicados en el ciberespacio, como son los libros de *e-books Kindle*.

Basado en Investigación (ABI), Aprendizaje basado en el Servicio (ABS) y otras más. En este artículo solo mencionaré las más comunes.

i. Casos. Esta técnica fomenta un entrenamiento para resolver problemas, el texto proporcionado al o a los participantes parte de un problema definido y que ellos encontrarán su solución.
ii. ABP. El aprendizaje basado en problemas es otra magnífica técnica que permite partir de datos inestructurados (información "neutra", sin sesgos) que tomarán los participantes para encontrar el problema y resolverlo.
iii. ABPro. De igual manera que los anteriores, en el aprendizaje basado en proyectos, pueden comenzar desde una pregunta como las de investigación o un conjunto de problemáticas, los equipos buscarán resolver dicha situación, incluso pueden crear prototipos o croquis o planos de la solución propuesta.

Algo que diferencia la Andragogía de la Pedagogía es que se tiene la convicción que el mayor experto del aprendizaje de los participantes es el propio participante, por lo que desde la fase de coplaneación (al inicio del proceso formativo) se determinan los porcentajes que se utilizarán a lo largo del proceso formativo para la autoevaluación, la coplaneación y la evaluación unidireccional o la del facilitador. Se sugiere que la autoevaluación no rebase el 60% y el resto del porcentaje se divide entre las otras dos evaluaciones, sin embargo, si no hubiese equipos por lo reducido del grupo, entonces se puede hacer uso de la autoevaluación con un máximo de 60% y el resto sería de corresponsabilidad para el facilitador. De acuerdo con el contrato de aprendizaje entregado en la fase de coplaneación, el facilitador dará seguimiento y coordinará el desahogo de cada una de ellas, en donde quizá hayan considerado actividades de plenaria o de equipo. La intención es que cuando se cierre el proceso formativo todos los integrantes conozcan sus calificaciones.

CONCLUSIÓN

Con lo antes mencionado, el profesor de posgrado podrá renovar su práctica académica, considerando:

a) Que a los niños se les dirige en su proceso de aprendizaje con una organización vertical y a los adultos se les orienta con una organización horizontal.
b) Que el facilitador es una parte y no el actor principal, ni la única fuente del saber del desarrollo de un proceso formativo con este enfoque y que compartirá con un conjunto de adultos en formación profesional o profesionistas (dependiendo del nivel de estudios donde intervenga el académico) con diferentes perfiles académicos y niveles de experiencia profesional. En otras palabras, son copartícipes del Proceso de Orientación-Aprendizaje (POA).

c) Que las necesidades e intereses de aprendizaje serán por consecuencia diferentes entre unos y otros, por ende, podrán desarrollar diferentes productos de aprendizaje.
d) Los participantes decidirán de acuerdo con sus situaciones o preferencias, trabajar solo o en equipos.
e) En la evaluación predominará la auto y coevaluación, el andragogo sólo retroalimentará para potencializar o dar otras perspectivas a los productos de aprendizaje presentados.

REFERENCIAS

Adam, F. (1977). *Andragogía*. Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez.

Adam, F. (1987). *Andragogía y Docencia Universitaria*. Federación Internacional de Educación de Adultos.

Alcalá, A. (2010). *Andragogía. Ciencia y arte de la educación de personas adultas*. Universidad Nacional Abierta.

Castillo, F. (2021). *Didaxia Universitaria*. 2ª Ed. *Autor*.

Castillo, F. (2022). *Andragogía. Procesos formativos entre adultos*. 3ª Ed. *Autor*.

Castro, M. (1990). La conformación de un Modelo de Desarrollo Curricular con Base en los Principios de la Ciencia Andragógica. Ponencia. Universidad Nacional Abierta.

Ergología (s.f.). Recuperado el 06 de febrero del 2023. MERCABA.
https://mercaba.org/Rialp/E/ergologia.htm

CIENCIAS AGÓGICAS: EL PARTEAGUAS DE LA EDUCACIÓN

DCE. Flavio de Jesús Castillo Silva
Instituto Tecnológico del Valle de Oaxaca
México

RESUMEN
La educación desde la publicación de la Didáctica Magna de Juan Amós Comenio, permaneció sin cambios significativos a pesar de que en el siglo pasado se tuvieron tres paradigmas y varias teorías de aprendizaje en cada una de ellas, sin embargo, por fines de los 60 principios de los 70 del siglo pasado se inició una propuesta para hacer a un lado la Pedagogía de los procesos formativos entre adultos debido que no atiende las necesidades reales de aprendizajes de los adultos continuando tratándolos como niños, esto provocó un parteaguas en la educación que a la fecha no se ha consolidado. Años posteriores apareció la Hebegogía con la firme intención de apoyar la mejor manera de promover el aprendizaje de los adolescentes.
PALABRAS CLAVE: Educación, Ciencias Agógicas, Pedagogía, Hebegogía, Andragogía.

ABSTRACT
Education since the publication of the Didactica Magna by Juan Amos Comenio, remained without significant changes despite the fact that in the last century there were three paradigms and several learning theories in each of them, however, by the late 60s early 70s of the last century a proposal was initiated to set aside the Pedagogy of the formative processes among adults because it does not meet the real learning needs of adults continuing to treat them as children, this caused a watershed in education that to date has not been consolidated. Years later, Hebegogy appeared with the firm intention of supporting the best way to promote adolescent learning.
KEY WORDS: Education, Agological Sciences, Pedagogy, Hebegogy, Andragogy.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como intención describir a las ciencias agógicas, su origen y descripción de cada una de ellas indicando lo más relevante y diferente, así, el lector podrá obtener con claridad un panorama mayor de las ciencias educativas involucradas. El mundo tiene opciones en la educación para mejorar en cada momento psicobiológico del cognoscente, sin embargo, la inercia educativa es a la vez el muro que impide su implementación, provocando que a toda costa no se altere el status quo sostenido por siglos.

DESARROLLO

Fue en el libro del Dr. Félix Gregorio Adam Estévez, titulado “Andragogía” publicado en 1977 en Caracas, donde mencionó la necesidad de crear una ciencia que abarcara el desarrollo integral del ser humano, que fuese la Pedagogía quién atendiese a los niños y se extendiera hacia los adolescentes y la Andragogía a los adultos. A esta ciencia la llamó Antropogogía, definida como “La ciencia y arte de instruir y educar permanentemente al hombre en cualquier período de su desarrollo psicobiológico en función de su

vida cultural, ergológica y social". (Adam, 1977, p. 42), años posteriores, el Prof. Rodrigo Faustino Bauza, cuñado del Dr. Adam, mencionó en una reunión con colegas que colaboraban en el nivel secundaria que los adolescentes no eran niños para ser atendidos por la Pedagogía y tampoco adultos para ser beneficiados de la Andragogía, por lo que propuso que se hiciera una ciencia a la que llamó como Hebegogía, en caso que no existiera exhortaba a su creación, entonces.

La Antropogogía se compondría de tres ciencias: Pedagogía para niños, Hebegogía para adolescentes y Andragogía para adultos. En el año 2008, la hija del Dr. Adam cambió por cuestiones etimológicas y pasó de Antropogogía a Antropagogía. En la década de los 70, el español José Antonio Ibáñez-Martín enunció al conjunto de ciencias antes mencionadas como ciencias agógicas, término que tuvo mayor aceptación en la comunidad educativa. José Antonio le agregó la Gerontagogía para adultos mayores y Paidología para infantes en etapa maternal. No hay información acerca de la Paidología, en México lo más cercano podría ser la Puericultura y Gerontagogía desde los pioneros de esta no la han mencionado como ciencia, en mis estudios la he declarado rama de la Andragogía porque ésta está orientada a los adultos y los adultos mayores están incluidos, asimismo, la Gerontagogía usa el proceso de Orientación-Aprendizaje (PO-A) propio de la Andragogía.

Las ciencias agógicas pueden entenderse como las "ciencias educativas especializadas que atienden al ser humano en situaciones de aprendizaje, concordante al desarrollo psicobiológico en que se encuentre". (Castillo, 2022), basado en las definiciones propias de cada ciencia, la Pedagogía es la ciencia y arte de instruir a los niños, estos a su vez, se definen como los seres humanos cuyo periodo es desde que nacen y hasta antes de la adolescencia. De acuerdo con el Sistema Educativo Mexicano (SEM), los niños estudian los tres años de preescolar y los seis años de primaria. La Pedagogía utiliza el proceso de Enseñanza-Aprendizaje (PE-A), mismo que tiene como característica que es un proceso vertical, con una comunicación unidireccional.

La Hebegogía es la ciencia y arte que estudia la educación del adolescente en su etapa de educación media (Castillo, 2018), dicha etapa está comprendida entre los 10 y hasta los 18 años, de acuerdo con el SEM, los adolescentes participan en procesos educativos denominado como secundaria y bachillerato (preuniversitario). La Hebegogía utiliza el proceso de Problematización - Aprendizaje (PP-A), mismo que tiene como característica apoyarse en una estrategia de apoyo – seguimiento (AS) y con una praxis 3C: colaborativa, creativa y cotejando logros.

La Andragogía es la ciencia que tiene como objeto de estudio al adulto en situación de aprendizaje (Castillo, 2014), dicha etapa está comprendida a partir de 18 años en adelante, se tienen tres tipos de adultez: temprana para personas entre 18 y hasta 40 años, adultez intermedia que está entre mayores de 40 y hasta 65 años, la adultez tardía, ancianidad o adultos mayores será posterior a los 65 años. Los adultos jóvenes e intermedios, los podemos encontrar en las aulas universitarias que están estudiando sus carreras (pregrado)

y el postgrado como especialidades, maestrías y doctorados. Para ser considerados como adultos en la Andragogía, es necesario cumplir cuatro dimensiones: la biológica dada por la naturaleza misma de los seres vivos, la legal está condicionada a la adopción de la mayoría de edad en cada país, en el caso de México es de 18 años, la dimensión social compete al hecho de que los demás vean que ese adulto está inmerso en el ámbito productivo y que realiza actividades cívicas como voluntario en los procesos electorales de su país, etc., por último, la cuarta dimensión es la más difícil, que la persona se crea adulto, asuma sus responsabilidades y decisiones para su vida.

La Andragogía tiene inherente el proceso de Orientación-Aprendizaje (PO-A) esto es debido a que la corriente psicológica que le da soporte es la humanista, específicamente de Carl Rogers, quién estaba convencido que no se le enseñaba a otro ser humano, sino que solo se le podía orientar, otra influencia de Rogers es que la Andragogía busca promover la autorrealización de los participantes adultos.

CONCLUSIÓN

Las ciencias agógicas son la solución de cambios educativos que pueden atender en los procesos formativos mejor a las generaciones recientes como los Millennials, Centennials y Alpha. Persistir en el uso de la Pedagogía en todos los momentos de la vida de las personas solo provocarán decepciones académicas e injusticias ya que en los niños funciona, pero en adolescentes y adultos son apreciadas como represivas y no benéficas en el aprendizaje de los cognoscentes.

REFERENCIAS

Adam, F. (1977). Andragogía. FIDEA

Castillo, F. (2014). Andragogía. Procesos formativos entre adultos. Carteles Editores.

Castillo, F. (2018). Hebegogía. La alegría del adolescente en situación de aprendizaje. Autor.

Castillo, F. (2022). Andragogía. Procesos formativos entre adultos. 3ª Ed. Autor.

REPRESENTACIONES CONCEPTUALES DE LAS CONFIGURACIONES DE DESARGUES

Jesús Castañeda Rivera
Angélica María Hernández Domínguez
México

RESUMEN

Los espacios duales afines son geometrías con puntos y rectas, las rectas tienen tres puntos y por dos puntos pasa, cuando más, una recta. Además, se tiene que sus planos son los duales del plano afín sobre el campo de dos elementos. Si el espacio es conexo, se le asocian invariantes numéricas: (n) el número de puntos del espacio y (k) el número de puntos da dado un punto fijo no son colíneales con este. En este avance de investigación estudiamos los espacios geométricos tipo Desargues representados por los pares de números (n, k) y sus representaciones conceptuales.

PALABRAS CLAVE: Espacio dual afín, espacio dual afín numérico, gráfica, configuraciones de desargues, representación conceptual, aprendizaje de las matemáticas.

ABSTRACT

The dual affine spaces are geometries with points and lines, the lines have three points and two points cut one line. More, if yours planes are dual affine spaces of affine planes on two elements field. Take two points are colineal if it's in line. If space is connective then to associate numerical invariant: (n) the number of points from space and (k) the number of points that fixed point don't colineal with is. This progress investigation are studied the geometric spaces type Desargian represent with pairs of numbers (n, k) and conceptual representation.

KEYWORDS: dual affine space, numerical dual affine apace, graph, desargues configurations, conceptual representation, math learning.

INTRODUCCIÓN

Duval (1993) menciona que un sistema semiótico es un sistema de representación si se realizan tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis: la formación, el tratamiento y la conversión de una representación. La primera se relaciona con la formación de las representaciones, ya que expresan una representación mental o evocan un registro, las otras dos están relacionadas con la transformación de las representaciones. Además, menciona que "aprender Matemáticas consiste en desarrollar progresivamente coordinaciones entre varios sistemas de representación semiótica".

En los trabajos de R. Duval (1999) y R. Cantoral (2002) se muestra evidencia de que las conversiones de representaciones conceptuales favorecen el aprendizaje de los conceptos matemáticos; la conversión será el proceso de partida para poder interpretar un problema y pasarlo a un lenguaje simbólico desde un lenguaje natural.

El presente avance de investigación analiza la conceptualización y la conversión de los espacios duales afines con el uso del programa GAP 3.0, los espacios P que tienen la propiedad de Desargues, los cuales llamaremos *Configuraciones de Desargues.*

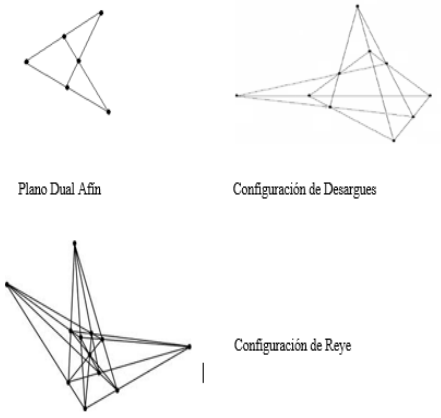
Sea P un espacio dual afín conexo, dos puntos son colíneales si son dos puntos distintos en una recta. Decimos que P es *reducido*, si para todo par de puntos de P hay un tercer punto de P colineal con uno de los anteriores, pero no con el otro. P es *conectado* si para cada par de puntos de P hay un tercer punto que es colineal con los anteriores. P es un espacio parcialmente lineal dual afín cuando P solamente tiene planos duales afines o bien, si P es un espacio dual afín.

Si P es un espacio dual afín conectado entonces P tiene dos puntos no colíneales y P tiene una de las propiedades complementarias, ver figura 1:

Propiedad de Desargues: Todo par de puntos no colíneales tiene exactamente cuatro puntos colíneales.

Propiedad de Reye: Todo par de puntos no colíneales tiene más de cuatro puntos colíneales.

Figura 1 Propiedades complementarias



Fuente: Castañeda, 2013

Las configuraciones de Desargues se definen como espacios geométricos finitos (como espacios duales afines conectados con dos puntos no colíneales y la propiedad de que todo par de puntos no colíneales tiene exactamente cuatro puntos colíneales).

Tomando en cuenta los señalamientos anteriores, en este artículo nos interesa exponer dos representaciones conceptuales para los espacios duales afines que tiene la propiedad de Desargues y analizaremos la conversión entre ellas aplicando la semiótica mediante el uso del GAP 3.0

LAS REPRESENTACIONES CONCEPTUALES DE LAS CONFIGURACIONES DE DESARGUES

Partiremos de la idea de representación conceptual (semiótica) que aparece en las investigaciones de Duval (1999a,1999b, 2004, 2017), como las producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...) no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. Las representaciones semióticas están, pues, subordinadas a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación. Además, *"las representaciones mentales cubren al conjunto de imágenes y, globalmente, a las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre lo que está asociado."* (Duval, 1999).

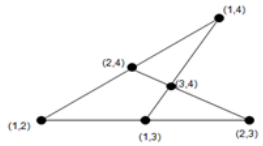
De este modo, se puede afirmar que *"las representaciones no solamente son necesarias para fines de comunicación, sino que son igualmente esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento."* (Duval, 1999). De acuerdo a R. Cantoral (2002) *"al hablar de conversión de una representación, nos referimos a la transformación de dicha representación a una representación de otro registro. La conversión es una transformación externa al registro de partida"*.

Las representaciones conceptuales de las configuraciones de Desargues que se consideraron en la investigación son:

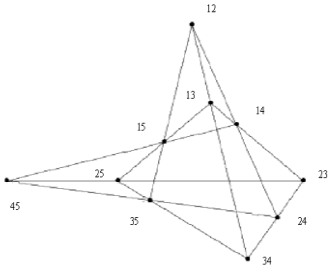
i. La *representación geométrica* que proviene de los trabajos en H. Cárdenas, A. G. Raggi-Cárdenas, R. San Agustín y E. Lluís (1997, 1999, 2001, 2002, 2003).

Los espacios duales afines P son geometrías con puntos y rectas, las rectas tienen tres puntos y por dos puntos pasa, cuando más, una recta. Además, se tiene que sus planos son los duales del plano afín sobre el campo de dos elementos. Ejemplos de espacios duales afines son:

(1) Plano Dual afín



(2) Configuración de Desargues



Las configuraciones de Desargues se definen como espacios geométricos finitos (como espacios duales afines conectados con dos puntos no colíneales y la propiedad de que todo par de puntos no colíneales tiene exactamente cuatro puntos colíneales).

ii. La *representación algebraica* tiene origen en los trabajos de D. Higman (1964) y Castañeda (2011):

Si el espacio dual afín es conexo, se le asocian invariantes numéricos. Sea P un espacio dual afín conexo, dos puntos son colíneales si son dos puntos distintos en una línea. Sea p un punto en P y llamaremos D_P al conjunto de puntos de P no colineales con p. Consideremos los siguientes números: n el número de elementos de P, k el número de elementos de D_P , si $q \notin D_P$ definimos $\mu = \left| D_p \cap D_q \right|$ y si $q \in D_P$ definimos $\lambda = \left| D_p \cap D_q \right|$ Ya que el espacio es conexo, estos números son independientes de la pareja de puntos p y q.

Los espacios anteriores, son en particular gráficas, las aristas son pares de puntos colineales. En 1964, D. Higman encontró para una clase de gráficas, que incluía las de los espacios duales afines, las relaciones:

Sea (n, k) un par de enteros positivos con n>k. Definimos los números $l = n - k - 1, \mu = \frac{3(k+1)-n}{2}, \lambda = k - 1 - \frac{l\mu}{k}$, $h = \frac{l-(k-\lambda-1)}{4}$.

Consideremos las parejas de números (n, k) que satisfacen las siguientes condiciones:

(1) *μ, λ, h, l son enteros positivos y n>k>μ, λ.*

(2) $(\lambda-\mu)^2 + 4(k-\mu) = \delta^2$ *, donde* δ *es un número entero.*

(3) δ *divide a* $D = 2k + (\lambda-\mu)(l+k)$.

(4) Si n es un entero par, entonces 2δ *no divide a D, si n es impar tenemos que* 2δ *divide a D.*

(5) Si $n \leq 36$ *la pareja de números (n, k) es alguna de la lista:* $\{(15,6),(21,10)(28,15),(36,15)\}$ *. A estas parejas se les llama primitivas.*

A cada pareja de números (n, k) que satisface las condiciones (1-4) podemos asociar una pareja de números (n', k') mediante la función $D:\{(n,k)\} \to \{(n',k')\}$ definida como $D(n,k) = \left(\frac{3(k+1)-n}{2}, \frac{3(\lambda+1)-k}{2} \right)$.

(6) Si en la pareja (n, k) el número n>36 existe un entero positivo q tal que $D^q(n,k)$ *es una pareja primitiva.*

Definición 1. Un espacio dual afín numérico es una pareja de números (n, k) que satisface las condiciones (1-6).

Si (x, y) es un espacio afín y D (x, y) = (n, k) diremos que (x, y) es el sucesor de (n, k). En estos espacios, el sucesor no siempre es único.

Lema 2. Si (n, k) es una pareja de números que satisface (1), entonces:

1. $lu = k(k - \lambda - 1)$.

2. $l = 2(k - \mu + 1)$.

3. $l(l-2) = 8hk$.

Proposición 3. Sea (n, k) una pareja de números que satisface (1) con h=1, entonces existe un entero $t \geq 6$ *tal que*

$$n = \binom{t}{2},\ k = \binom{t-2}{2},\ \mu = \binom{t-3}{2}\ y\ \lambda = \binom{t-4}{2}$$

Definición 4. Las parejas (n, k) con h=1 se llaman espacios de Desargues.

iii. La representación computacional cuyo origen se encuentra en los trabajos de Castañeda (2011a, 2014b) y que corresponde a probar la existencia de parejas de números *(n, k)* que satisfacen las condiciones (1-6) de la definición 1 y 4 mediante la construcción de programas computacionales en GAP.

METODOLOGÍA

Para la enseñanza de las matemáticas es fundamental que los alumnos exploren situaciones, planteen conjeturas y construyan demostraciones correspondientes, a este proceso Boero, Garuti y Mariotti (1996) denominaron la Unidad Cognitiva de Teoremas el cual está basado en la continuidad existente entre la producción de una conjetura y construcción posible de su prueba; D´Amore (1999) afirma que las relaciones semióticas entre el objeto y su representación, se derivan de las transformaciones entre las representaciones del mismo objeto, pero que tienen el resultado de hacer perder el sentido del objeto departida.

Un sistema algebraico computarizado permite explorar relaciones algebraicas y obtener conjeturas que después sean probadas (Abramov y Ryabenko,2008). Todo programa algebraico computarizado trabaja simbólicamente con ecuaciones y fórmulas, entre estos se encuentra el *Groups, Algorithms, Programming* (GAP) que es un sistema de álgebra discreta utilizado para estudiar espacios vectoriales, representaciones grupales, anillos, entre otros.

La presente investigación fue un estudio de carácter descriptivo y se desarrolló haciendo uso de los métodos Empírico-Inductivo (argumentación sustancia, prueba empírica) y el Lógico-Deductivo

(modalidades transformacionales y axiomáticas). Ambas formas relacionadas como distintas fases en el proceso de matematización. La primera en el proceso de creación y/o descubrimiento de las soluciones de un problema, mientras que la segunda, en los procesos de formulación, comunicación y validación frente a otras personas (y frente a uno mismo). Los esquemas informales de argumentación, no podemos verlos como incorrecciones, errores o deficiencias sino como etapas en la apropiación y dominio de las prácticas argumentativas matemáticas. Esto es, podemos verlos como un error constructivo que forma parte de la maduración y apropiación del conocimiento.

La investigación se desarrolló con el uso del GAP 3.0 como la herramienta que nos permitiera aplicar la semiótica para conceptualizar los espacios duales afines mediante un sistema algebraico computacional. Se realizó con una muestra por conveniencia de diez egresados de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) con habilidades en lenguajes de programación (nivel básico) y que hayan acreditado las asignaturas correspondientes a álgebra lineal I y II, y álgebra moderna.

Las dos primeras partes del ciclo llevan a la producción de conjeturas a través de exploraciones, observaciones, reflexiones y discusiones sobre las afirmaciones (conjeturas) que se hacen y una sistematización progresiva de estas. En la parte final se retoma la anterior para continuar con la exploración, pero ya con la finalidad de encontrar argumentos pertinentes para la demostración y se hace una cadena de estos, que nos permita llevar a la deducción de la afirmación. En caso de que no se logre el objetivo, que no se construya una demostración válida, entonces se retoma el ciclo.

RESULTADOS

Los hallazgos del estudio permitieron apreciar en una primera instancia las condiciones en las que los participantes se apropian del programa GAP 3.0 a partir de la búsqueda y descarga en *www.google.com.mx* la palabra GAP *for Windows* y una vez descargado trabajar presionando GAPRXVT que abre el archivo ejecutable gap95.exe y que corre el programa. Al descargar el programa se anexa a su computadora una librería o tutorial C:\GAP4R4\doc\htmie\index.htm que le sirve de ayuda a la hora de programar.

Ahora bien, la primera conjetura es que al programar las condiciones de Higman en GAP 3.0, podemos verificar qué parejas (n, k) son espacios de Desargues; Castañeda (2013) menciona que al analizar las representaciones de un espacio dual afín numérico tipo Desargues se obtienen los siguientes resultados:

(1) La representación geométrica permite identificar con mayor facilidad al alumno, los valores numéricos *n* y *k* debido a la visualización (Cantoral, 2002). Sin embargo, una vez identificados estos valores, la representación algebraica es más útil al momento de demostrar propiedades geométricas. La representación del número de puntos de una figura (*n*) es intuitiva,

mientras que para identificar el valor algebraico *k*, como el número de puntos no colineales con un punto fijo es más complejo que su identificación en la figura.

(2) Una vez identificados los valores de *n* y *k* en la representación geométrica, el cálculo aritmético de *l*, μ, λ *y h no representan dificultades a los alumnos. Sin embargo, al establecer los cálculos para algunos valores de n y k, surge la necesidad de establecer una prueba general para las parejas posibles (n, k).*

Posteriormente se estableció el cálculo de las parejas primitivas. Es decir, aquellas *parejas que satisfacen las condiciones (1-6) pero con n<36. ¿Qué parejas primitivas (n, k) son espacios de Desargues? ¿qué parejas primitivas (n, k) con h=1 existen?*

Conjetura: *Si existe una pareja de números (n, k) que satisface las condiciones (1-6) con n<36 y h=1, entonces (n, k) es alguna de la siguiente lista:* $\{(15,6),(21,10)(28,15),(36,15)\}$.

Al realizarse la programación respetando las condiciones elementales, como las definiciones de *l* y μ. Fue necesario definir las variables, que en nuestro caso es *t*, *t* será una sucesión que está formada por parejas de números que satisfacen la regla que escribamos después del operador <<*if, then* >> que es un condicional que significa <<*si p, entonces q*>>. Además, hay que escribir *t: = []*, para ordenar en GAP que se asigne valores a esta sucesión, y tenemos que darle un rango de valores a los números que forman las parejas (*n, k*), esto se hace con las funciones <<*for () in [,] do*>>, que significa <<*para cierta variable () en el rango [,] hace que*>>. Para continuar en la construcción del programa debemos considerar una definición adicional que le da más información para la construcción de los argumentos del alumno:

Paso 1. Se escribió un programa en GAP para calcular *l*:

```
m: =0;
t: = [];
for n in [2..36] do
for k in [1..n-2] do
if (n-k-1)>0 then; m: =m+1;t[m]:=[n,k];fi;od;
od;
t;
```

Este programa dio las parejas de números (n, k) que satisfacen que $l = n - k - 1$

Paso 2. A continuación, se dejó al alumno construir el programa que satisface la propiedad $\mu = \frac{3(k+1)-n}{2}$

. La construcción de este programa es similar a la anterior.

```
m: =0;
t: =[];
for n in [2..36] do
```

```
for k in [1..n-2] do
if (3*(k+1)-n) /2>0 then; m: =m+1;t[m]:=[n,k];fi;od;
od;
t;
```

Pero ahora escribimos la ecuación para μ en lugar de la ecuación para *l*, dentro de la función << *if () then ()*>>. Para solicitarle a GAP que calcule las parejas de números que satisfacen μ y *l*, solo es necesario anexar <<*and*>> dentro de la función << *if () then ()*>>. Anexamos el programa hecho en clase

```
m: =0;
t: =[];
for n in [2..36] do
for k in [1..n-2] do
if (3*(k+1)-n) /2>0 and (n-k-1)>0 then; m:=m+1;t[m]:=[n,k];fi;od;
od;
t;
```

De esta manera, se le dio al alumno elementos para que él mismo vaya encontrando argumentos para dar respuesta a la pregunta. En esta primera sesión, se dejó la tarea de escribir las demás condiciones en GAP con el objetivo de que en la próxima sesión desarrollar el programa completo que de todas las parejas primitivas. Considerando que las parejas dadas por estos programas son el argumento que haga nuestra conjetura una afirmación valida (*conjetura a posteriori*). Cabe mencionar, que el resultado del programa fue que existen 419 parejas de números que satisfacen las ecuaciones de *l* y μ.

Paso 3. A continuación, advirtió que parejas *(n, k)* satisfacen *l, μ y λ,* simultáneamente. Para ello se recordó que, $\lambda = k - 1 - \frac{lu}{k}$. A este mismo programa pedimos las parejas que satisfacen las ecuaciones de μ y λ, simultáneamente.

Que podemos programar de la siguiente manera:

```
m:=0;
t:=[];
for n in [2..36] do
for k in [1..n-2] do
if (3*(k+1)-n)/2>0 and (k-1-(((n-k-1)*(3*(k+1)-n)/2))/k)>0
then; m:=m+1;t[m]:=[n,k];fi;od;
od;
t;
```

El mismo resultado da el programa si escribimos a λ en términos de *n* y *k*. En este caso, el resultado fue que existen 403 parejas de números que satisfacen estas condiciones.

Paso 4. Ahora, consideramos todos los espacios que tienen el valor de *h* mayor que cero, se obtuvo una lista de 341 parejas de números en donde el valor de *h* es mayor que cero. En este caso, lo escribimos de la siguiente manera;

```
m:=0;
t:=
for k in [1..n-2] do
if (k-1-(((n-k-1)*(3*(k+1)-n)/2))/k)>0
and (((n-k-1)-(k-(k-1-(((n-k-1)*(3*(k+1)-n)/2))/k)-1))/4)>0 and ((3*(k+1)-n)/2)>0 and (n-k-1)>0
then;m:=m+1;t[m]:=[n,k];fi;od;od;
t;
```

Podemos seguir experimentando, calcular las parejas donde h=1; mediante el siguiente programa:

```
m:=0;
t:=[];
for n in [2..36] do
for k in [1..n-2] do
if (3*(k+1)-n)/2>0
and (k-1-(((n-k-1)*(3*(k+1)-n)/2))/k)>0
and (((n-k-1)-(k-(k-1-(((n-k-1)*(3*(k+1)-n)/2))/k)-1))/4)=1
then; m:=m+1;t[m]:=[n,k];fi;od;od;
t;
[ [ 15, 6 ], [ 21, 10 ], [ 28, 15 ], [ 36, 21 ] ]
```

CONCLUSIÓN

El resultado de este programa es que existen cuatro parejas de números que satisfacen la condición *h=1*. Sin embargo, si hacemos un análisis de estas pajeras de números, algunos no son espacios duales afines numéricos. Por ejemplo, (36,21) tiene *l=33* pero μ=27/2. La pareja (28,15) es un espacio dual afín numérico, pero h es distinta 1. Por otro lado, la pareja (21,10) es un espacio dual afín numérico con *h=1*, en este caso l=10, μ=6, λ=3, $\delta = 5$, D=140 y $D/\delta = 28$. Finalmente, la pareja de números (15,6) es un espacio dual afín numérico con *l=8*, μ=3, λ=1, $\delta = 4$, D=-16 y $D/\delta = -4$. Con este análisis de las parejas de números con n menor o igual a 36 y *h=1*, tenemos los argumentos para afirmar que *<<las únicas parejas (n, k) primitivas con h=1 son (21,10) y (15,6)>>*. Si recordamos, cuando *h=1*, la pareja *(n, k)* se llama *espacio*

de Desargues y si *h>1*, la pareja *(n, k)* se llama *espacio de Reye*. Por tanto, del resultado anterior, se concluye que <<*Los únicos espacios de Desargues primitivos son (21,10) y (15,6)*>>.

REFERENCIAS

Aschbacher, M. (1986). Finite Groups Theory. Cambridge Tracts in Mathematics 10.

Boero, P. Argumentación y Demostración: "Una Relación Compleja, Productiva e Inevitable en las Matemáticas en la Educación Matemática". Preuve. International Newsletter on the teaching and Learning of Mathematical Proof, 99 05/06. 1999.

Cantoral, R. Farfán, R. M. Cordero, F. (2011). Desarrollo del pensamiento matemático. Trillas.

Castañeda, Jesús. (2011). Espacios Duales Afines Numéricos. Tesis de Maestría. Universidad Interamericana Para el Desarrollo.

Castañeda, Jesús. (2013), Espacios Duales Afines, Grupos y Gráficas. Serie Ciencias No. 1, Publicaciones de la Universidad Nova Spania.

Castañeda, Jesús. (2014), El Teorema de Clasificación de los Espacios Duales Afines Numéricos. Tesis Doctoral. Universidad Nova Spania.

Castañeda, Jesús. (2014). Desargues Configuration and Numerical Dual Affine Spaces. CIEM.

Castañeda, Jesús. (2020), La teoría de las representaciones semióticas: representaciones conceptuales, visualización e intuición. CIEM

Cárdenas, H. Lluís, A. Raggi-Cárdenas, A. G. and Agustín, R. San. (1999). Diagrams for Symplectic Type configurations. Comm. In Algebra 27:7, pp. 3201-3210.

Cárdenas, H. Lluís, A. Raggi-Cárdenas, A. G. and Agustín, R. San. (2002). Partial Linear Spaces with Dual Affine Planes. Communications in Algebra, pp. 1-14.

Cárdenas, H. Lluís, E. Raggi-Cárdenas, A. G. and Agustín, R. san. (1997). Diagramas para las Configuraciones Simplécticas y Ortogonales. Revista Iberoamericana de Matemáticas. I, Fasc. V. pp. 3-19.

Cárdenas, H. Lluís, E. Raggi-Cárdenas, A. G. and Agustín, R. San. (1997). A Diagram for the Partial Linear Space. Publ. Prel. Inst. Mat. 552. pp.- 1-6.

Duval, R. (1993). Argumenter, demontrer, expliquer: continuité o uruptura cognitive? Petit x, 31. pp. 37-61.

Duval, R. (1999). Semiosis y el lenguaje en la didáctica de las matemáticas.

Duval, R. (1999). Representation, visión and visualization: cognitive functions in mathematical thinking, basic issues for learning. Proceedings of the Twenty Firts Anual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Duval, R. (2004). Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo. Universidad del Valle.

Duval, R. (2017). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos e intelectuales. Universidad del Valle

Fischbein, E. Intuition and proof. For the learning of mathematics, 3(2). pp.9-24

Hanna, G. (1989). Challenges to the importance of proof. For the Learning of Mathematics. 15(3), pp. 42-49.

Hersh, R. (1993). Proving is Convincing and explaining. Educational Estudies in Mathematics, 24, pp. 389-399.

Higman, D. (1964). Finite Permutation Groups of Rank 3. Math.Zeistchr.86